

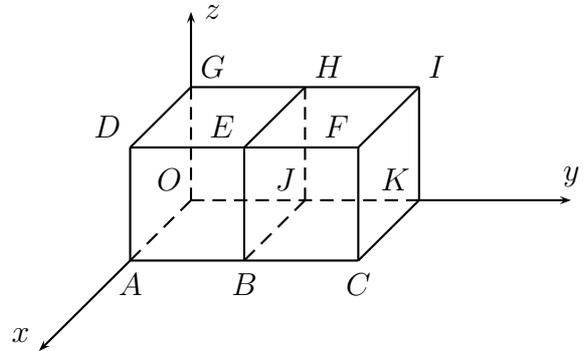
## EXERCICE 1 (4 points)

(Commun à tous les candidats)

Cet exercice est un QCM qui comporte 8 questions, numérotées de 1 à 8. À chaque question, une seule des trois réponses notée **a**, **b** ou **c** est exacte. On demande au candidat d'indiquer sur sa copie, pour chaque question, quelle est la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fautive ou une absence de réponses n'enlèvent pas de point.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points :  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(1, 2, 0)$ ,  $D(1, 0, 1)$ ,  $E(1, 1, 1)$ ,  $F(1, 2, 1)$ ,  $G(0, 0, 1)$ ,  $H(0, 1, 1)$ ,  $I(0, 2, 1)$ ,  $J(0, 1, 0)$ ,  $K(0, 2, 0)$  comme indiqués sur le figure ci-contre :



**Question 1.** Le triangle  $GBI$  est :

Réponse **a** : isocèle.

Réponse **b** : équilatéral.

Réponse **c** : rectangle.

**Question 2.** Le barycentre du système de points pondérés  $\{(O, 2), (A, -1), (C, 1)\}$  est :

Réponse **a** : le point  $K$ .

Réponse **b** : le point  $I$ .

Réponse **c** : le point  $J$ .

**Question 3.** Le produit scalaire  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{FC}$  est égal à :

Réponse **a** : 1.

Réponse **b** : -1.

Réponse **c** : 2.

**Question 4.** Les points  $B, C, I, H$  :

Réponse **a** : sont non coplanaires.

Réponse **b** : forment un rectangle.

Réponse **c** : forment un carré.

**Question 5.** Une représentation paramétrique de paramètre  $t$  de la droite  $(KE)$  est :

$$\text{Réponse a : } \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases} . \quad \text{Réponse b : } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases} . \quad \text{Réponse c : } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} .$$

**Question 6.** Une équation cartésienne du plan  $(GBK)$  est :

Réponse **a** :  $2x + 2y - z - 2 = 0$ . Réponse **b** :  $x + y - 3 = 0$ . Réponse **c** :  $x + y + 2z = 2$ .

**Question 7.** La distance du point  $C$  au plan  $(ADH)$  est :

Réponse **a** :  $\sqrt{2}$ .

Réponse **b** : 2.

Réponse **c** :  $\frac{1}{2}$ .

**Question 8.** Le volume du tétraèdre  $HJKB$  est égal à :

Réponse **a** :  $\frac{1}{2}$ .

Réponse **b** :  $\frac{1}{6}$ .

Réponse **c** :  $\frac{1}{3}$ .

Session de Juin 2010

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Asie

**EXERCICE 1**

Question 1. Réponse a)

Question 2. Réponse c)

Question 3. Réponse b)

Question 4. Réponse b)

Question 5. Réponse c)

Question 6. Réponse c)

Question 7. Réponse a)

Question 8. Réponse b)

1.  $GB = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$  et  $BI = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ . Donc le triangle GBI est isocèle en B. La bonne réponse est la réponse a). On note que  $GI = 2$  de sorte que le triangle GBI n'est pas équilatéral. On note aussi que  $GB^2 + BI^2 = 6 \neq GI^2$  et donc le triangle GBI n'est pas rectangle en B.

2. Notons M le barycentre du système  $\{(O, 2), (A, -1), (C, 1)\}$ . Alors  $2\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  et donc

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OJ}.$$

Ainsi,  $M = J$  et la bonne réponse est la réponse c).

3.  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{FC} = (0 - 1)(1 - 1) + (1 - 0)(2 - 2) + (1 - 0)(0 - 1) = -1$ . La bonne réponse est la réponse b).

4.  $\overrightarrow{BC}$  a pour coordonnées  $(0, 1, 0)$  de même que le vecteur  $\overrightarrow{HI}$ . Par suite, les vecteurs  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{HI}$  sont égaux et donc le quadrilatère BCIH est un parallélogramme. La réponse a) est fausse.

Ensuite,  $HI = 1$  et  $BH = \sqrt{2}$ . Donc le quadrilatère BCIH n'est pas un carré et la réponse c) est fausse. On en déduit que la réponse d) est vraie ce qui est effectivement le cas car  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \times (-1) + 1 \times 0 + 0 \times 1 = 0$ .

5. La droite (KE) est dirigée par le vecteur  $\overrightarrow{KE}$  de coordonnées  $(1, -1, 1)$ . Donc seule la représentation paramétrique de la réponse c) est possible. Plus précisément si  $t = 0$ , on obtient le point de coordonnées  $(1, 1, 1)$  c'est-à-dire le point E et si  $t = 1$ , on obtient le point de coordonnées  $(0, 2, 0)$  c'est-à-dire le point K. La bonne réponse est donc la réponse c).

6. Les coordonnées du point G ne vérifient ni l'équation de la réponse a) ni l'équation de la réponse b). Donc la bonne réponse est la réponse c).

On note que les coordonnées des points B, G et K vérifient effectivement l'équation  $x + y + 2z = 2$  ce qui confirme le résultat.

7. Déterminons une équation cartésienne du plan (ADH). On la cherche sous la forme  $ax + by + cz + d = 0$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois réels non tous nuls.

- $ax_A + by_A + cz_A + d = 0 \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow d = -a$ . Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme  $ax + by + cz - a = 0$ .
- $ax_D + by_D + cz_D - a = 0 \Rightarrow a + c - a = 0 \Rightarrow c = 0$ . Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme  $ax + by - a = 0$ .
- $ax_H + by_H - a = 0 \Rightarrow b - a = 0 \Rightarrow a = b$ . Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme  $a(x + y - 1) = 0$ .

En choisissant par exemple  $a = 1$ , on obtient une équation cartésienne du plan (ADH) à savoir  $x + y - 1 = 0$ . Par suite,

$$d(C, (ADH)) = \frac{|x_C + y_C - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

La bonne réponse est la réponse a).

8. L'aire du triangle JKB est la moitié de l'aire du carré BCKJ et est donc égale à  $\frac{1}{2}$ . Puisque la droite (JH) est perpendiculaire au plan (BJK), le volume du tétraèdre HJBK est

$$\frac{1}{3} \times \text{aire de (BJK)} \times HJ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}.$$

La bonne réponse est la réponse b).