

EXERCICE 2 (5 points)

Commun à tous les candidats

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 1, 0)$, $B(1, 2, 1)$ et $C(3, -1, 2)$.

1) a) Démontrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.

b) Démontrer que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $2x + y - z - 3 = 0$.

2) On considère les plans (P) et (Q) d'équations respectives $x + 2y - z - 4 = 0$ et $2x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Démontrer que l'intersection des plans (P) et (Q) est une droite $(\mathcal{D})$, dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

3) Quelle est l'intersection des trois plans (ABC) , (P) et (Q) ?

4) Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer la distance du point A à la droite $(\mathcal{D})$.

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

La durée de vie, exprimée en heures, d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif.

On rappelle que pour tout $t \geq 0$, $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$.

La fonction R définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $R(t) = P(X > t)$ est appelée fonction de fiabilité.

1) *Restitution organisée de connaissances*

a) Démontrer que pour tout $t \geq 0$ on a $R(t) = e^{-\lambda t}$.

b) Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie sans vieillissement, c'est-à-dire que pour tout réel $s \geq 0$, la probabilité conditionnelle $P_{X>t}(X > t + s)$ ne dépend pas du nombre $t \geq 0$.

2) Dans cette question, on prend $\lambda = 0,00026$.

a) Calculer $P(X \leq 1000)$ et $P(X > 1000)$.

b) Sachant que l'événement $(X > 1000)$ est réalisé, calculer la probabilité de l'événement $(X > 2000)$.

c) Sachant qu'un agenda a fonctionné plus de 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3000 heures ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?