EXERCICE 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Soit $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ un repère orthonormal de l'espace.

On considère les points $A(2, 4, 1)$, $B(0, 4, -3)$, $C(3, 1, -3)$, $D(1, 0, -2)$, $E(3, 2, -1)$, $I\left(\frac{3}{5}, 4, -\frac{9}{5}\right)$.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire, sans le justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.
Pour chaque question, il est compté un point si la réponse est exacte et zéro sinon.

1) Une équation du plan (ABC) est : $2x + 2y - z - 11 = 0$.

2) Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).

3) Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

4) La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante :

$$(CD) \left\{ \begin{array}{l} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{array} \right. \qquad (t \in \mathbb{R}).$$

5) Le point I est sur la droite (AB).

BACCALAUREAT GENERAL

Session 2006

MATHEMATIQUES

- Série S -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

EXERCICE 1

1) **Vrai**

2) **Faux**

3) **Vrai**

4) **Faux**

5) **Vrai**

Explications.

1) Soit (P) le plan d'équation $2x + 2y - 11 = 0$.

- $2 \times 2 + 2 \times 4 - 1 - 11 = 4 + 8 - 12 = 0$. Donc $A \in (P)$.
- $2 \times 0 + 2 \times 4 - (-3) - 11 = 8 + 3 - 11 = 0$. Donc $B \in (P)$.
- $2 \times 3 + 2 \times 1 - (-3) - 11 = 6 + 2 + 3 - 11 = 0$. Donc $C \in (P)$.

D'autre part, $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(-2, 0, -4)$ et le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $(1, -3, -4)$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires (car les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas proportionnelles aux coordonnées de $\overrightarrow{AB}$) et donc les points A, B et C ne sont pas alignés. On en déduit qu'il existe un et un seul plan les contenant : le plan (P).

2) $2 \times 3 + 2 \times 2 - (-1) - 11 = 6 + 4 + 1 - 11 = 0$. Donc le point E appartient au plan (ABC).
Un vecteur normal au plan (ABC) est le vecteur $\overrightarrow{n}$ de coordonnées $(2, 2, -1)$. Le vecteur $\overrightarrow{DE}$ a pour coordonnées $(2, 2, 1)$ et il est clair que $\overrightarrow{DE}$ n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{n}$. Donc, le point E, bien qu'appartenant au plan (ABC), n'est pas le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

3) On a $\overrightarrow{AB}(-2, 0, -4)$ et $\overrightarrow{CD}(-2, -1, 1)$. Donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = (-2)(-2) + (0)(-1) + (-4)(1) = 4 - 4 = 0$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux, ou encore, les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

4) Soit (Δ) la droite dont un système d'équations paramétriques est $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$. S'il existe un réel t tel que $\left\{\begin{array}{l} 3 = -1 + 2t \\ 1 = -1 + t \\ -3 = 1 - t \end{array}\right.$, alors la première égalité impose $t = 2$ et la dernière impose $t = 4$. Ceci est impossible. Donc, C n'est pas un point de (Δ) ou encore $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$, n'est pas un système d'équations paramétriques de la droite (CD).

5) Le vecteur $\overrightarrow{AI}$ a pour coordonnées $(-\frac{7}{5}, 0, -\frac{14}{5})$ et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(-2, 0, -4)$.
Donc, $\overrightarrow{AI} = \frac{7}{10}\overrightarrow{AB}$. Ainsi, les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, ou encore, I est sur la droite (AB).